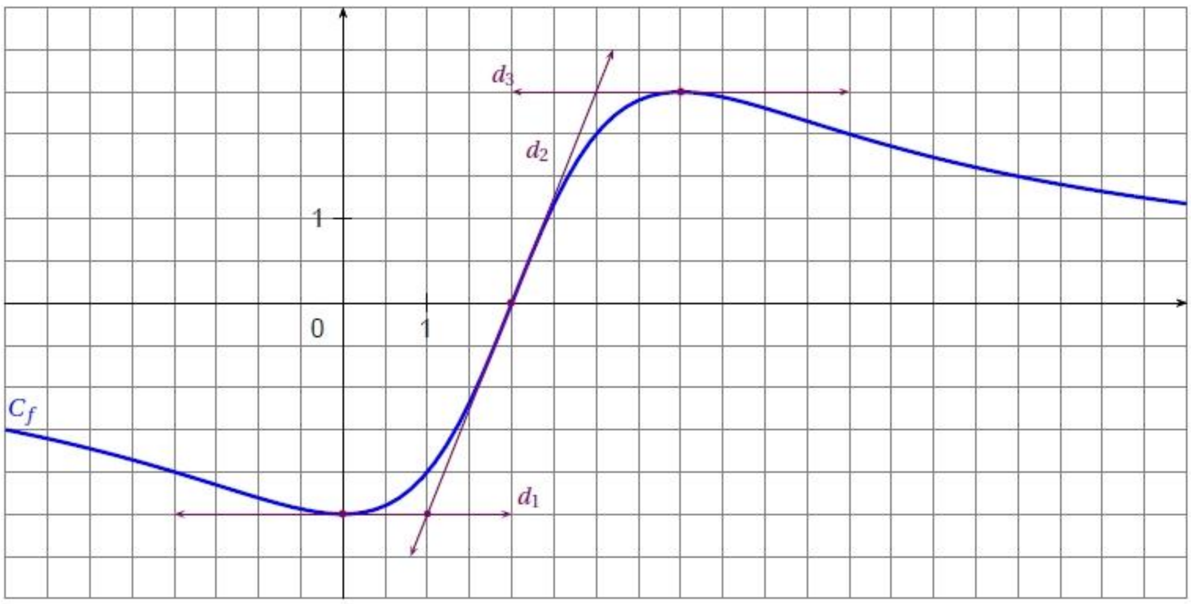
Fiche de Révisions

Classe 1ES à TES

Les exercices de cette feuille sont à travailler pendant les vacances.
Vous serez interrogés sur des exercices similaires à la rentrée.

<u>Exercice 1 :</u> Sur la figure ci-dessous les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 sont tangentes à la courbe C_f représentative d'une fonction *f* dérivable sur $\mathbb{R}$.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f(8)$.

2. Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(4)$.

3. Sachant que $f'(8) = -\frac{1}{5}$. Construire sur le graphique la tangente au point d'abscisse 8.

<u>Exercice 2 :</u> Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$.

1. Étudier le sens de variation de *f*.
2. Dresser le tableau de variations de *f*.
3. Déterminer l'extremum de f sur l'intervalle $]-\infty;1[$.
4. Trouver une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe C_f de *f* au point d'abscisse 0.

<u>Exercice 3 :</u> Au 1er janvier 2005, une petite ville avait une population de 15 000 habitants. Une étude a permis de constater qu'à partir du 1er janvier 2005, du fait des flux migratoires :
8% des habitants quittent la ville chaque année et 1 000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.
Pour tout entier naturel *n*, on appelle u_n le nombre d'habitants de cette ville le 1er janvier de l'année (2005 + *n*). Ainsi, $u_0 = 15000$.

1. **a)** Calculer u_1, et u_2. La suite (u_n) de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

b) Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1} = 0{,}92\, u_n + 1000$.

2. Pour tout entier naturel *n*, on pose : $v_n = u_n - 12500$.

a) Calculer v_0 ; v_1 et v_2.

Pour la suite de l'exercice, on suppose que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92.

b) Exprimer v_n en fonction de *n*. En déduire que pour tout entier naturel *n*,

$$u_n = 2500 \times 0{,}92^n + 12500.$$

3. En se basant sur ce modèle théorique, quel serait le pourcentage d'évolution du nombre d'habitants de la ville entre le 1er janvier 2005 et le 1er janvier 2015 ? (Arrondir le résultat à 0,1 % près)

<u>Exercice 4 :</u> Lors d'une étude de marché, la société PAPEX a étudié la répartition de ses clients selon deux critères, leur besoin en papier et leur possibilité de financement :

35% de ses clients utilisent moins de 12 tonnes de papier par an et, parmi ceux-ci, 80% sont solvables.

40% de ses clients utilisent de 12 à 20 tonnes de papier par an et, parmi ceux-ci, 85% sont solvables.

Pour le reste de ses clients, seuls 10% ne sont pas solvables.

1. La société choisit au hasard l'un de ses clients. Quelle est la probabilité :

a) pour qu'il utilise plus de 20 tonnes de papier ?

b) pour qu'il ne soit pas solvable ?

2. La société établit un échantillon de 20 de ses clients choisis au hasard. On désigne par *X* la variable aléatoire égale au nombre de clients non solvables parmi ces 20 clients.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire *X* et son espérance.

b) Calculer $P(X = 3)$; $P(X \leq 8)$ et $P(X \geq 4)$. On donnera les résultats à la cinquième décimale.

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

<u>Exercice 1 :</u>

1. $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f(8)$ sont les ordonnées des points de la courbe d'abscisses respectives 0, 2, 4 et 8.

Donc $f(0) = -2{,}5$; $f(2) = 0$; $f(4) = 2{,}5$ et $f(8) = 1{,}5$.

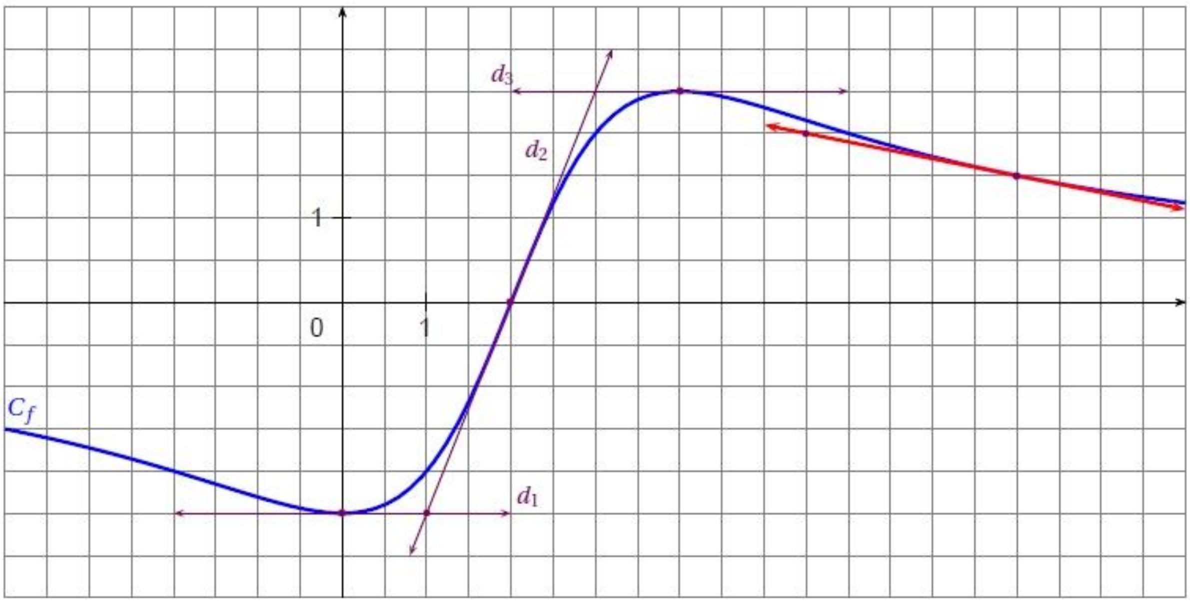
2. Graphiquement, le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse a.

Les tangentes d_1 et d_3 sont parallèles à l'axe des abscisses donc leur coefficient directeur est nul.

Par conséquent, $f'(0) = 0$ et $f'(4) = 0$.

Graphiquement, $f'(2) = \dfrac{V}{H} = \dfrac{5}{2}$.

3. Graphique



<u>Exercice 2 :</u>

1. $f : x \to \dfrac{x^2+3}{x-1}$ est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ de dérivée : $f'(x) = \dfrac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

Sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f'(x)$ admet le signe de x^2-2x-3 car $(x-1)^2 > 0$. x^2-2x-3 est positif (coefficient de x^2 positif) à l'extérieur de ses deux racines –1 et 3.

f est donc croissante sur $]-\infty;-1]$ et sur $[3;+\infty[$, et f est décroissante sur $[-1;1[$ et sur $]1;3]$.

2. $f(-1) = \dfrac{4}{-2} = -2$ et $f(3) = \dfrac{12}{2} = 6$. On obtient alors le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
f		↗	-2	↘	‖	↘	6	↗	

3. D'après le tableau de variations, sur $\left]-\infty;1\right[$ la dérivée s'annule et change de signe du plus au moins en $x=-1$.

Par conséquent, sur l'intervalle $\left]-\infty;1\right[$, f admet – 2 pour maximum atteint en $x=-1$.

4. $\mathcal{T}_0 : y = f'(0)(x-0)+f(0) \Leftrightarrow \mathcal{T}_0 : y=-3x-3$.

<u>Exercice 3 :</u>

1. a) Le 1er janvier 2006, 8% des habitants ont quitté la ville et 1 000 personnes sont venus s'installer alors : $u_1 = 0,92\times u_0+1000$ d'où $u_1=0,92\times 15000+1000$. Soit $u_1=14800$.

Le 1er janvier 2007, 8% des habitants ont quitté la ville et 1 000 personnes sont venus s'installer alors : $u_2 = 0,92\times u_1+1000$ d'où $u_2=0,92\times 14800+1000$. Soit $u_2=14616$.

Dire qu'une suite (u_n) est arithmétique signifie qu'il existe un réel *r*, appelé raison, tel que, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1}=u_n+r$.

Or $u_1-u_0=200$ et $u_2-u_1=184$. Donc La suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Dire qu'une suite (u_n) est géométrique signifie qu'il existe un réel *q*, appelé raison, tel que, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1}=q\times u_n$.

Or $\dfrac{u_1}{u_0}=\dfrac{14800}{15000}\approx 0,9867$ et $\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{14616}{14800}\approx 0,9876$

Donc La suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

b) Le 1er janvier de l'année suivante, 8% des habitants auront quitté la ville et 1 000 personnes seront venus s'installer alors : $CM = 1-\dfrac{8}{100}=0,92$ donc $u_{n+1}=0,92\,u_n+1000$.

2. a) $v_0=u_0-12500=15000-12500=2500$; $v_1=u_1-12500=14800-12500=2300$ et $v_2=u_2-12500=14616-12500=2116$.

b) (v_n) est géométrique de raison 0,92 et de premier terme $v_0=2500$. Donc

$v_n=v_0\times q^n=2500\times(0,92)^n$.

Or $v_n=u_n-12500$ donc $u_n=v_n+12500$ soit $u_n=2500\times(0,92)^n+12500$.

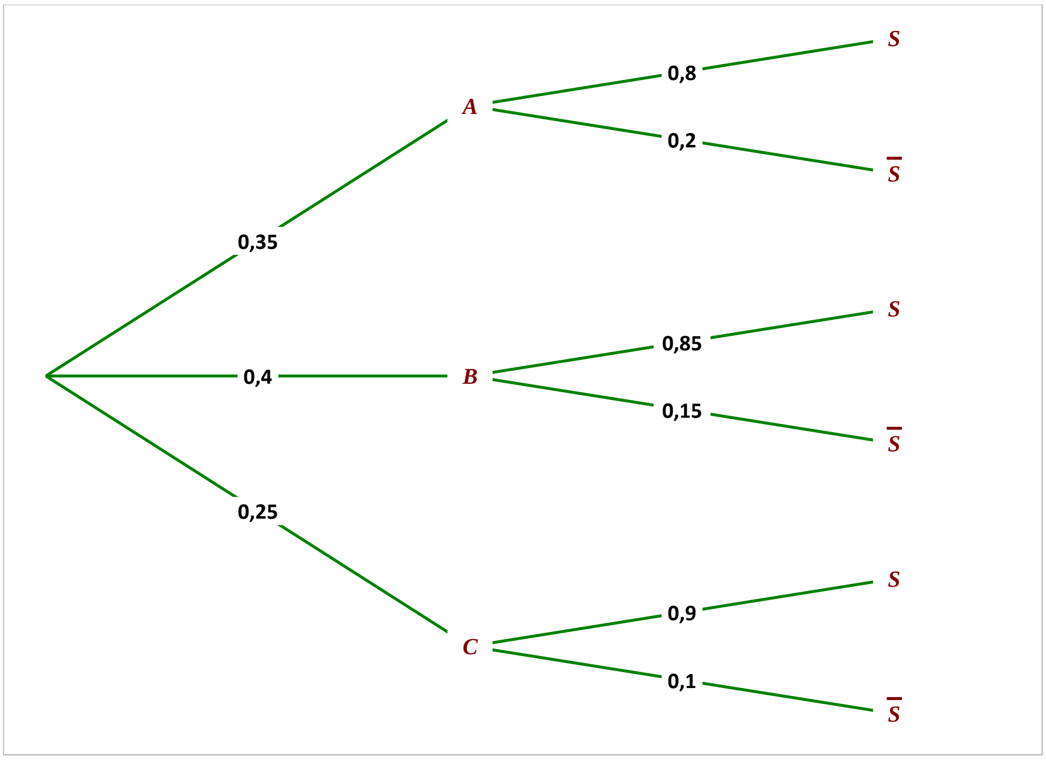
3. Au 1er janvier 2015 i.e. pour $n=10$, le nombre d'habitants est donné par : $u_{10}=2500\times(0,92)^{10}+12500$ soit $u_{10}\approx 13586$.

Le pourcentage d'évolution est donc : $t=\dfrac{VA-VD}{VD}\times 100=\dfrac{13586-15000}{15000}\times 100$. Soit $t\approx -9,43$.

Entre le 1er janvier 2005 et le 1er janvier 2015, le nombre d'habitants baissera d'environ de 9,43%.

<u>Exercice 4 :</u>

1. Construisons l'arbre de probabilité correspondant à la situation :



Où A : « le client utilise moins de 12 tonnes de papier par an »
B : « le client utilise entre 12 et 20 tonnes de papier par an »
C : « le client utilise plus de 20 tonnes de papier par an »
S : « le client est solvable »

a) $P(C)=1-\left[P(A)+P(B)\right]=1-0,75=0,25.$

b) $P(\overline{S})=P(\overline{S}\cap A)+P(\overline{S}\cap B)+P(\overline{S}\cap C)=0,35\times 0,2+0,4\times 0,15+0,25\times 0,1=0,155.$

2. **a)** On a une épreuve de Bernoulli (le client est solvable ou pas) que l'on répète 20 fois de manières indépendantes, on obtient donc un schéma de Bernoulli.
La variable aléatoire X qui représente le nombre de clients non solvable suit donc une loi binomiale de paramètre $n=20$ et $p=0,155$.

Par conséquent, $E(X)=np=20\times 0,155=3,1$.

b) À l'aide de la calculatrice, on obtient : $P(X=3)\approx 0,24236$.
À l'aide de la calculatrice, on obtient : $P(X\leq 8)\approx 0,99831$.
$P(X\geq 4)=1-P(X<4)=1-P(X\leq 3)$.
À l'aide de la calculatrice, on obtient : $P(X\geq 4)\approx 0,37661$.