Les exercices de cette feuille sont à travailler pendant les vacances.
Vous serez interrogés sur des exercices similaires à la rentrée.

Exercice 1 :

1. Sans aucun calcul, ni justification :

a) Tracer la droite $\mathscr{D}_1$ d'équation $y = -4x + 3$;

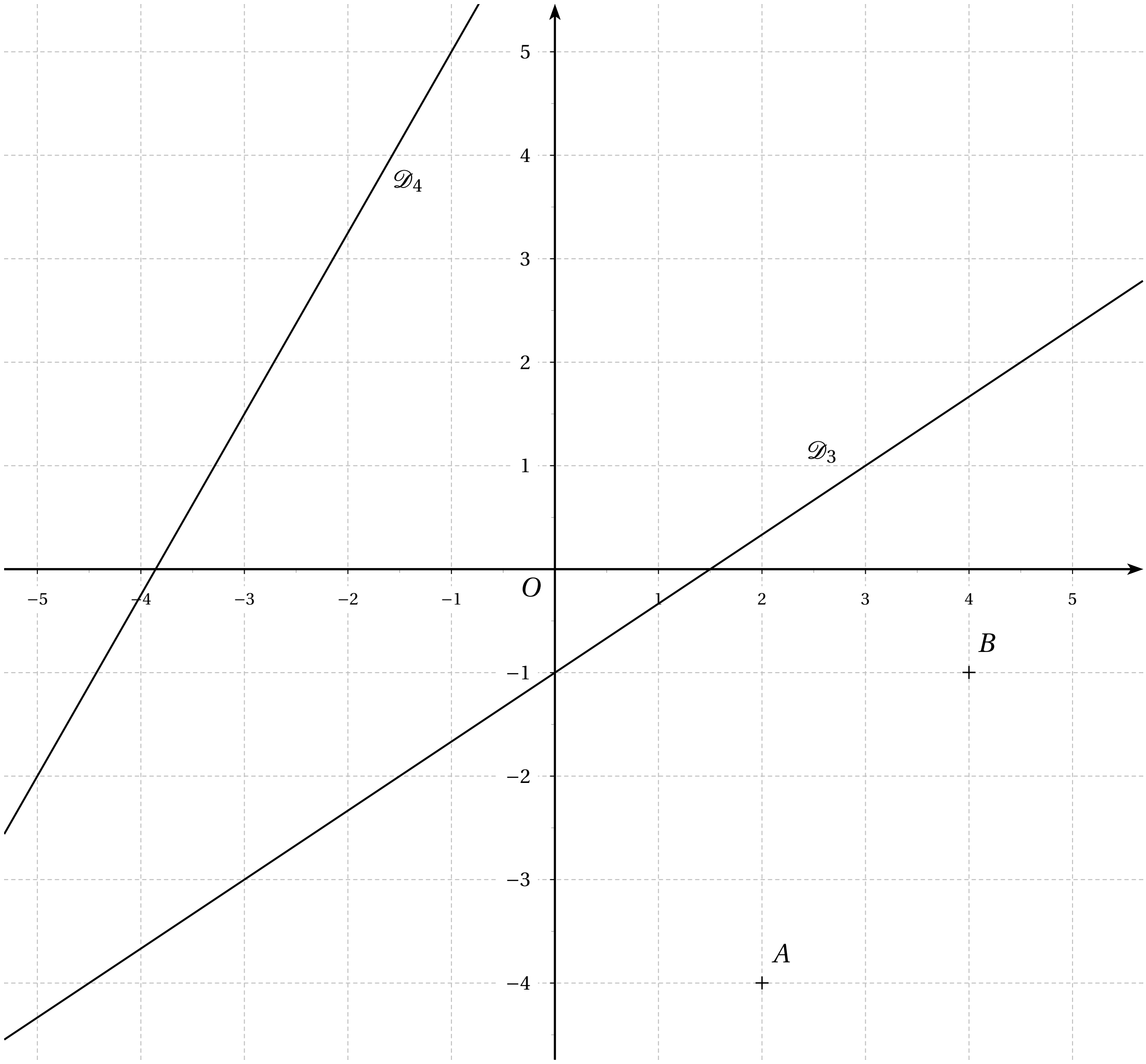
b) Tracer la droite $\mathscr{D}_2$ d'équation $y = \dfrac{4}{7}x + 1$;

c) Donner une équation réduite de la droite $\mathscr{D}_3$.

2. En donnant toutes les indications nécessaires :

a) Donner une équation réduite de la droite $\mathscr{D}_4$;

b) Donner une équation réduite de la droite (AB).



Exercice 2 :

1. Résoudre l'inéquation suivante : $(4 - x)(3 + x) \leqslant 0$ en s'aidant si nécessaire d'un tableau de signes.

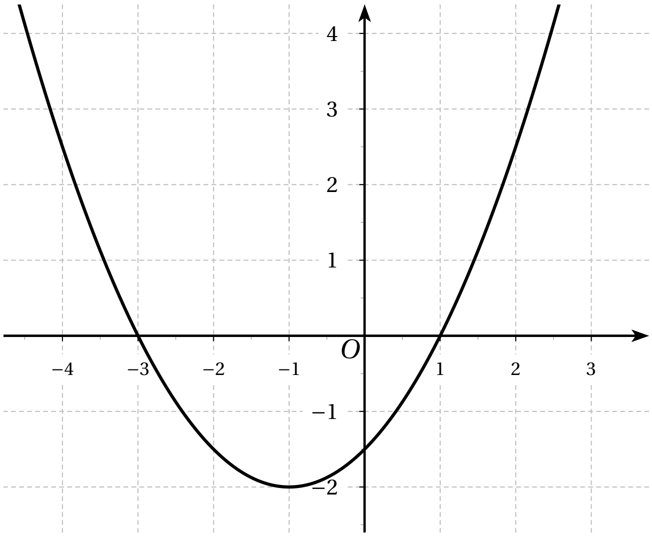
2. a) Construire le tableau de signes de la fonction définie sur l'intervalle I par $f(x) = \dfrac{(-2x + 4)(x - 1)}{(6 + 2x)(5 - x)}$.

b) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ sur I.

Exercice 3 : On considère la fonction f, qui à tout nombre x, associe son image $f(x)$ définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

Le graphique ci-dessous donne la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O; I; J)$ orthonormal :



Partie A : étude graphique

Graphiquement, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les antécédents du nombre 0 par f.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 2]$.
3. Donner les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

Partie B : étude algébrique

1. **a)** Etablir l'egalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1)$

   b) Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.

2. **a)** Etablir l'égalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$

   b) Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; -1]$.

Exercice 4 : On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé dont l'unité est le centimètre.

1. Tracer un tel repère et tout au long de l'exercice, compléter votre représentation.
2. Placer les points : $M(1 ; 3)$; $N(-1 ; 5)$ et $P(-3 ; 1)$
3. Etablir les égalités suivantes : $MN = 2\sqrt{2}$ et $NP = MP = 2\sqrt{5}$.
4. En déduire la nature du triangle MNP.
5. Soit A le milieu de $[MN]$. Montrer, sans calcul, que le triangle APN est rectangle.
6. Calculer les coordonnées de A.
7. Construire le point R tel que : $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{PN}$
8. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{PN}$.
9. Déduire des questions **6.** et **7.** les coordonnées du point R.

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

Exercice 1 :

1. a) Voir graphique

   b) Voir graphique

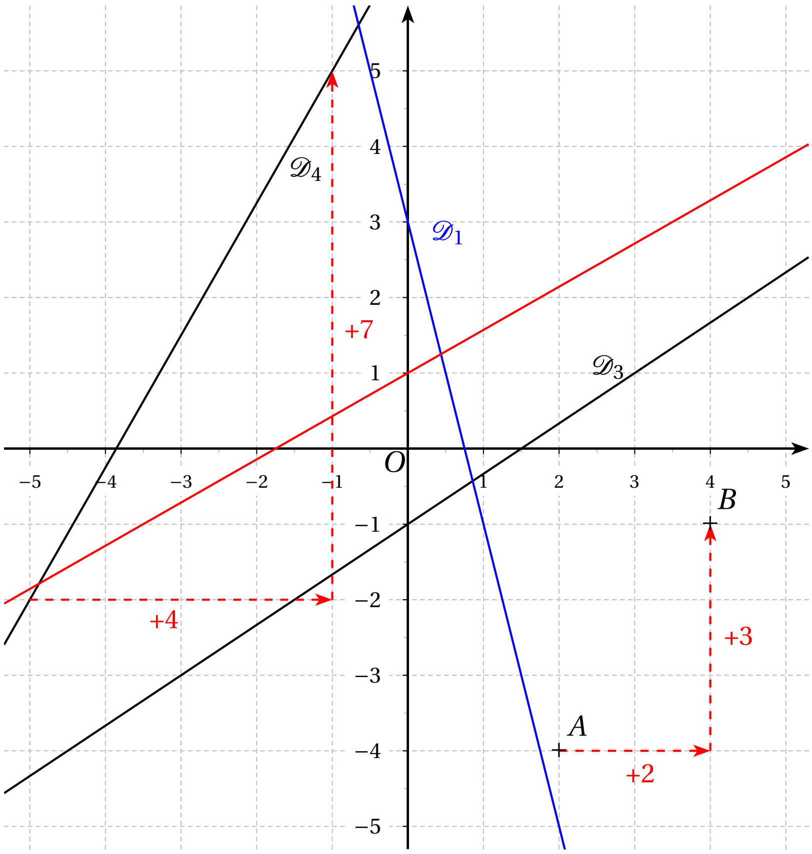
   c) L'ordonnée à l'origine est $p = -1$ et le coefficient directeur est $m = \frac{2}{3}$ donc l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}_3$ est $y = \frac{2}{3}x - 1$.

2. a) Le coefficient directeur de la droite $\mathscr{D}_4$ est $m = \frac{7}{4}$.

   Ainsi $\mathscr{D}_4 : y = \frac{7}{4}x + p$.
   Or la point de coordonnées $(-1;5)$ appartient à la droite $\mathscr{D}_4$ donc :
   $5 = \frac{7}{4} \times (-1) + p \Leftrightarrow p = 5 + \frac{7}{4} \Leftrightarrow p = \frac{27}{4}$.
   Par conséquent, la droite $\mathscr{D}_4$ a pour équation réduite $y = \frac{7}{4}x + \frac{27}{4}$.

   b) Le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \frac{3}{2}$.

   Ainsi $(AB) : y = \frac{3}{2}x + p$.
   Or le point $A(2\ ;\ -4)$ appartient à la droite (AB) donc :
   $-4 = \frac{3}{2} \times 2 + p \Leftrightarrow p = -4 - 3 \Leftrightarrow p = -7$.
   Par conséquent, la droite (AB) a pour équation $y = \frac{3}{2}x - 7$.



Exercice 2 :

1. On construit le tableau de signes de $(4-x)(3+x)$:

- $4-x=0 \Longleftrightarrow x=4$
- $3+x=0 \Longleftrightarrow x=-3$

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
Signes de $4-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signes de $3+x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signes de $(4-x)(3+x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On « lit » la solution sur la dernière ligne du tableau, lorsque l'expression est négative ou nulle :

$$\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,-3\,]\cup[\,4\,;-\infty\,[}$$

2. a) Tableau de signes de la fonction f :

- $-2x+4=0 \Longleftrightarrow x=2$
- $x-1=0 \Longleftrightarrow x=1$
- $6+2x=0 \Longleftrightarrow x=-3$ (valeur interdite)
- $5-x=0 \Longleftrightarrow x=5$ (valeur interdite)

x	$-\infty$		-3		1		2		5		$+\infty$
Signes de $-2x+4$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
Signes de $x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
Signes de $6+2x$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
Signes de $5-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
Signes de $f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

b) On recherche les signes positifs dans la dernière ligne du tableau et on trouve :

$$\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,-3\,[\cup[\,1\,;\,2\,]\cup]\,5\,;\,+\infty\,[}$$

Exercice 3 : **Partie A**

1. L'axe des abscisses interceptent la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points de coordonnées $(-3\ ;\ 0)$ et $(1\ ;\ 0)$.
   L'équation $f(x) = 0$ admet pour ensemble des solutions :$\left\{-3; 1\right\}$
2. Graphiquement, on obtient le tableau de variation ci-dessous :

x	-4	-1	2
Variations de f	$\frac{5}{2}$ ↘	-2	↗ $\frac{5}{2}$

3. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet un sommet de coordonnées $-1-2$: le minimum de la fonction f a pour valeur -2 atteint en -1.

Partie B

1. **a)** On a les transformations algébriques suivantes :
   $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{2}(x+3)(x-1) = \frac{1}{2}\left(x^2 - x + 3x - 3\right) = \frac{1}{2}\left(x^2 + 2x - 3\right) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2} = f(x)$

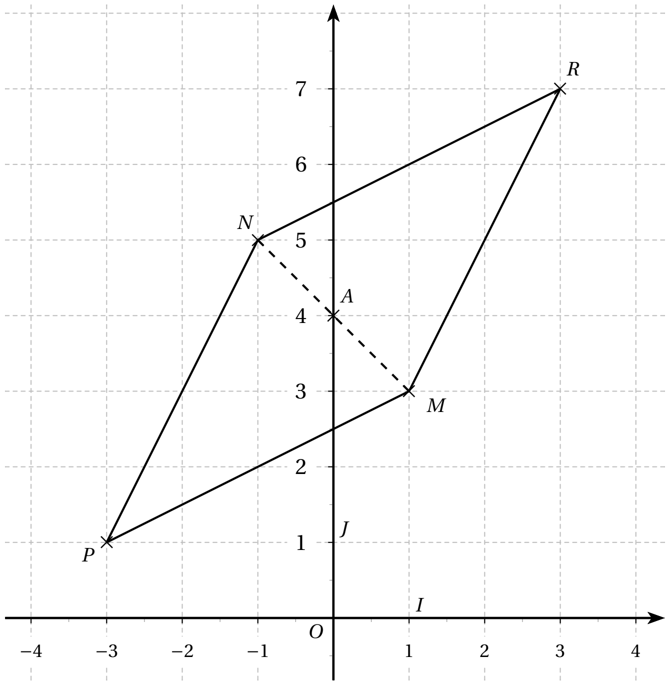
   b) Résolvons l'équation :
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+3)(x-1) = 0$
   Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul. On obtient les deux équations suivantes : $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \quad | \quad x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
   L'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f est : $\mathscr{S} = \left\{-3; 1\right\}$

2. **a)** On a les transformations algébriques suivantes :
   $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2 = \frac{1}{2}\left(x^2 + 2x + 1\right) - 2 = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2} = f(x)$

   b) Soit a et b deux nombres appartenant à l'intervalle $\left]-\infty; -1\right]$ tels que $a < b$. On a les comparaisons suivantes :
   $a < b < -1 \Leftrightarrow a + 1 < b + 1 < 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 > (b+1)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+1)^2 > \frac{1}{2}(b+1)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+1)^2 - 2 > \frac{1}{2}(b+1)^2 - 2 \Leftrightarrow f(a) > f(b)$
   Deux nombres de l'intervalle $\left]-\infty; -1\right]$ et leurs images par la fonction f sont comparés dans le sens contraire : la fonction f est décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty; -1\right]$.

Exercice 4 :

1. Voici le graphique :



2. $MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = \sqrt{\left(1-(-1)\right)^2 + \left(3-5\right)^2} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}u.l$

   $NP = \sqrt{(x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2} = \sqrt{\left(-3-(-1)\right)^2 + \left(1-5\right)^2} = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}u.l$

   $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = \sqrt{\left(-3-1\right)^2 + \left(1-3\right)^2} = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}u.l$

3. Le triangle MNP est isocèle en P puisque $PN = PM$.

4. Dans un triangle isocèle, la médiane, la médiatrice, la bissectrice et la hauteur issue du sommet principal sont confondues.
   La médiane $[AP]$ est aussi une hauteur : le triangle APN est rectangle en A.

5. Les coordonnées de A sont données par la formule : $A\left(\dfrac{x_M + x_N}{2} \ ; \ \dfrac{y_M + y_N}{2}\right)$

   Ainsi $A\left(\dfrac{1+(-1)}{2} \ ; \ \dfrac{3+5}{2}\right)$ soit $A(0\ ;\ 4)$.

6. Cf. graphique.

7. $\overrightarrow{PN}(x_N - x_P\ ;\ y_N - y_P)$ soit $\overrightarrow{PN}(-1-(-3)\ ;\ 5-1)$ i.e $\overrightarrow{PN}(2\ ;\ 4)$.

8. Le point R est définie par la relation $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{PN}$.
   Ces deux vecteurs étant égaux, il en est de même de leurs coordonnées.
   En identifiant les abscisses avec les abscisses et les ordonnées avec les ordonnées, on obtient les deux égalités suivantes :

   $x_R - 1 = 2 \Leftrightarrow x_R = 2+1 \Leftrightarrow x_R = 3 \quad | \quad y_R - 3 = 4 \Leftrightarrow y_R = 4+3 \Leftrightarrow y_R = 7$

   On en déduit les coordonnées du point $R(3\ ;\ 7)$